

О Т З Ы В

официального оппонента на диссертацию Корнева Сергея Викторовича
«Исследование некоторых классов дифференциальных уравнений и включений методами нелинейного анализа», представленную на соискание
ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.02 —
Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное
управление в диссертационный совет Д 212.038.22.

Актуальность темы диссертационного исследования. Диссертация Корнева Сергея Викторовича посвящена исследованию задач о существовании периодических и ограниченных решений, о структуре множества периодических решений и об асимптотическом поведении решений дифференциальных уравнений и включений различных классов. Для решения этих задач автором диссертации разрабатываются новые геометрические и топологические методы анализа мультиотображений, развивается теория топологической степени мультиполей, соответствующих новым классам мультиотображений. К одному из таких классов относятся мультиотображения, представимые в виде композиции аппроксимируемых мультиотображений и однозначных отображений, второй рассматриваемый класс составляют мультиотображения, обладающие непрерывными сечениями. В диссертации представлено обобщение метода направляющих функций, преимуществом которого по сравнению с классическим подходом является возможность проверять основное условие «направляемости» на области не всего пространства, а его подпространства меньшей размерности. Также в работе введены новые классы направляющих функций — многолистные направляющие функции и интегральные направляющие функции, применение которых позволяет исследовать задачу о существовании периодических решений включений как с выпуклозначной правой частью, так и с правой частью, не обладающей свойством выпуклости значений.

Отметим, что периодические задачи для дифференциальных уравнений и включений часто возникают при исследовании экономических, биологических и технических систем, а также в математической теории управления для исследования систем с импульсным воздействием или систем со случайными параметрами. Данными задачами в разные годы занимались такие авторы, как В. И. Благодатских, Ю. Г. Борисович, А. И. Булгаков, Б. Д. Гельман, А. Д. Мышкис, В. В. Обуховский, А. А. Толстоногов, Е. Л. Тонков, И. А. Финогенко, J. P. Aubin, A. Cellina, K. Deimling, P. Zessa и многие другие. Все это указывает на актуальность научного исследования, выполненного в диссертации.

Структура и содержание работы. Диссертация состоит из введения, пяти глав, содержащих 13 параграфов и списка литературы, включающего 155 наименований. Во введении приведен краткий библиографический обзор, являющийся обоснованием актуальности исследований. Затем даются постановки задач и описывается методика исследований, перечисляются наиболее значимые результаты, обосновывается теоретическая и практическая значимость работы, приведена апробация результатов.

Первая глава посвящена изложению основных необходимых понятий и утверждений функционального анализа, негладкого анализа, теории многозначных

отображений и теории бифуркаций. В следующих главах при необходимости приводятся ссылки на материал первой главы, что очень удобно при чтении диссертации.

Во **второй главе** рассматриваются мультиотображения, не обладающие свойством выпуклости значений, но определяемые через мультиотображения, имеющие однозначные аппроксимации или сечения. Для данного класса и других классов мультиотображений введено понятие топологической степени, которое позволяет свести задачу к однозначному случаю и использовать известное определение степени для однозначных непрерывных векторных полей. Доказывается корректность данных определений и описываются основные свойства степени. В этой главе также вводится понятие степени совпадения различных классов мультиотображений и линейного фредгольмова отображения; исследуются основные свойства степени совпадения и приводятся приложения к ряду теорем о существовании точек совпадения.

В следующих главах разработаны новые подходы к исследованию дифференциальных и функционально-дифференциальных уравнений и включений, состоящие в введении трех новых классов направляющих функций: направляющих функций на заданном множестве, интегральных и многолистных направляющих функций. С помощью этих подходов решаются задачи о существовании периодических решений, об асимптотическом поведении решений и о бифуркации периодических решений для различных классов уравнений и включений. Отметим, что автор рассматривает дифференциальные включения как с выпуклозначной правой частью, так и с правой частью, не обладающей свойством выпуклости значений.

В **третьей главе** вводятся понятия направляющей функции и обобщенной направляющей функции на заданном множестве и приводятся достаточные условия существования периодических решений для различных классов дифференциальных включений. Метод направляющих функций применяется здесь также для исследования асимптотического поведения решений дифференциальных включений. **Четвертая глава** посвящена исследованию периодических решений и асимптотического поведения решений при помощи строгих интегральных и обобщенных интегральных направляющих функций, описываемый метод также распространяется на случай негладких интегральных направляющих функций. Приведены примеры разрешимости периодической задачи для дифференциальных включений с запаздыванием, полулинейных и градиентных дифференциальных включений. В **пятой главе** для дифференциальных включений различных классов введено понятие многолистной векторной направляющей функции, которое обобщается на негладкие направляющие потенциалы. Рассматривается также метод нескольких направляющих функций, получены новые результаты о существовании периодических решений и бифуркации периодических решений дифференциальных уравнений и включений.

Степень обоснованности научных положений, выводов и рекомендаций, сформулированных в диссертации. Обоснованность научных положений, выводов и рекомендаций, сформулированных в диссертации, подтверждается их сопоставлением с известными результатами, полученными другими авторами, а также обсуждением этих результатов на различных международных конференциях,

математических школах и семинарах; публикациями основных утверждений диссертации в рецензируемых научных изданиях из перечня рекомендуемых ВАК журналов для публикации материалов по диссертациям.

В диссертации представлены и доказаны следующие **новые результаты**:

1. Построена теория топологической степени мультиполей, соответствующих мультиотображениям с невыпуклыми значениями в конечномерном и нормируемом пространствах.

2. На основе построенной топологической степени развита теория степени совпадения для мультиотображений и фредгольмовых отображений.

3. Введены и исследованы новые классы направляющих функций: направляющих функций на заданном множестве, интегральных и многолистных направляющих функций. Все предложенные классы направляющих функций расширены на случай негладких потенциалов.

4. Методом направляющих функций получены новые достаточные условия существования периодических решений, исследуются задачи об асимптотическом поведении решений дифференциальных и функционально-дифференциальных уравнений и включений.

5. Метод многолистных векторных направляющих функций распространен на задачу исследования бифуркации периодических решений дифференциальных уравнений и включений.

Достоверность результатов исследования подтверждается корректным использованием в качестве теоретической и методической базы известных результатов в области многозначного анализа, нелинейного функционального анализа, негладкого анализа, качественной теории дифференциальных уравнений и включений; строгими математическими доказательствами результатов диссертации, а также тем, что при теоретических исследованиях были использованы хорошо известные и апробированные результаты ведущих ученых в этой области.

Практическая значимость работы заключается в том, что полученные результаты можно использовать для исследования динамических систем, возникающих в задачах математической экономики и физики, популяционной динамики. Результаты работы также будут полезны при чтении специальных курсов для студентов математических направлений подготовки.

Замечания по диссертационной работе. Существенных замечаний по диссертации нет, есть только некоторые замечания по изложению.

1. В параграфе 3.2 приведен пример функции, которая является негладким направляющим потенциалом и показано, как с помощью этой функции получить оценку для решений дифференциального включения. Желательно, чтобы автор диссертации также проиллюстрировал утверждения параграфа 3.1 на примерах конкретных дифференциальных уравнений или включений, показал, как проверяются условия, сформулированные в теоремах и привел примеры направляющих функций, которые применяются для доказательства существования периодических решений. Во второй главе также желательно было бы привести примеры вычисления топологической степени.

2. Некоторые моменты доказательств желательно было бы объяснить подробнее. Например, на с. 89 можно было бы объяснить, почему ℓ является линейным

фредгольмовым оператором нулевого индекса. Желательно привести определения гетероклинических и гомоклинических решений, а также формулировку леммы VI.1 работы Mawhin J.I. 1979 года (с. 90).

3. При ссылках на монографии не везде указаны страницы.

В качестве пожелания диссертанту для дальнейшей работы хотелось бы предложить использовать результаты работы для исследования конкретных динамических систем, возникающих в экономике, физике, математической биологии.

Перечисленные недостатки не снижают ценности диссертационной работы. В диссертации представлено высококвалифицированное математическое исследование, работа обладает внутренним единством и завершенностью.

Соответствие диссертации требованиям ВАК РФ. Считаю, что диссертационная работа Корнева С. В. представляет вполне законченное серьезное научное исследование, содержащее интересные результаты, имеющее научную новизну и теоретическую значимость. Все результаты диссертации сопровождаются строгими математическими доказательствами.

Результаты работы опубликованы в полном объеме в статьях в ведущих научных изданиях и апробированы на ряде международных научных конференций. Автореферат диссертации полностью отражает содержание и выводы диссертационной работы.

Считаю, что работа Корнева Сергея Викторовича «Исследование некоторых классов дифференциальных уравнений и включений методами нелинейного анализа» полностью соответствует требованиям «Положения о порядке присуждения ученых степеней», а ее автор заслуживает присуждения ему ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.02 — Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Официальный оппонент,
доктор физ.-мат. наук, доцент, зав. кафедрой
математического анализа Института математики,
информационных технологий и физики ФГБОУ ВО
«Удмуртский государственный университет»
426034, г. Ижевск, ул. Университетская, 1, корп. 4.
Тел. (3412) 916 086,
E-mail: LRodina67@mail.ru
6 марта 2017 г.

Родина

Людмила Ивановна Родина

Подпись Л. И. Родиной заверяю
проректор ФГБОУ ВО «УдГУ»
по научной работе и инновациям
доктор биологических наук, профессор



И. В. Меньшиков